Stand 02.11.2015

Errata

In dieser Errata sind die, nach Drucklegung des Buches, gefundenen Fehler aufgeführt. An dieser Stelle möchte ich mich bei meinen Lesern bedanken, die mit großer Aufmerksamkeit das Buch gelesen und mir ihre Anmerkungen zugesandt haben. Außerdem sind einige Ergänzungen aufgeführt, die zum besseren Verständnis einiger Abschnitte beitragen sollen.

Kapitel 2

1./ Abschnitt 2.2, Seite 12, letzter Absatz: Es muss „inhomogen“ anstatt „homogen“ lauten.

> „Betrachtet man einen beliebigen Punkt im projektiven Raum, so ergibt sich durch Normierung auf die letzte Komponente der Vektor in **inhomogenen** Koordinaten (siehe Gl. (2.2)).“

2./ Abschnitt 2.5.2, Seite 17, Gl. 2.17 und 2.18:
Fehlerhafte Indizierung.

$$\tilde{\mathbf{m}}_{21} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{m}}_{11} \quad \text{und} \quad \tilde{\mathbf{m}}_{22} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{m}}_{12} \tag{2.17}$$

$$\tilde{\mathbf{l}}_2 = \tilde{\mathbf{m}}_{21} \times \tilde{\mathbf{m}}_{22} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{m}}_{11} \times \mathbf{H}\tilde{\mathbf{m}}_{12} = \mathbf{H}^*\left(\tilde{\mathbf{m}}_{11} \times \tilde{\mathbf{m}}_{12}\right) = \det(\mathbf{H})\mathbf{H}^{-T}\tilde{\mathbf{l}}_1 \tag{2.18}$$

3./ Abschnitt 2.5.3, Seite 18ff, Gl. 2.21, Gl.2.22 und 2.24:

Die Gl. (2.20) wird wie folgt korrigiert und der zweite Absatz in Abschnitt 2.5.3 auf Seite 18 wie folgt ergänzt.

$$\tilde{\mathbf{m}}_2 = \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_1 = \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_1 \\ \mathbf{h}_2^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_1 \\ \mathbf{h}_3^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_1 \end{bmatrix}, \quad \text{mit } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^T \\ \mathbf{h}_2^T \\ \mathbf{h}_3^T \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

„Multipliziert man nun Gl. (2.20) vektoriell mit $\tilde{\mathbf{m}}_{2i} = (u_{2i}, v_{2i}, 1)^T$ ergibt sich $\tilde{\mathbf{m}}_{2i} \times \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} = \mathbf{0}$. Vier Punktkorrespondenzen liefern somit vier unabhängige Gleichungen, wobei jede Punktkorrespondenz zwei Freiheitsgrade aufweist, einen in u- und einen in v-Richtung. ……………… …………………… Das Vektorprodukt der rechten Seite von Gl. (2.20) mit $\tilde{\mathbf{m}}_{2i} = (u_{2i}, v_{2i}, 1)^T$ ergibt dann“

Die Gl.2.21 ist fehlerhaft:

$$\tilde{\mathbf{m}}_{2i} \times \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} = \begin{pmatrix} v_{2i}\mathbf{h}_3^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} - \mathbf{h}_2^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} \\ \mathbf{h}_1^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} - u_{2i}\mathbf{h}_3^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} \\ u_{2i}\mathbf{h}_2^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} - v_{2i}\mathbf{h}_1^T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i} \end{pmatrix} \qquad (2.21)$$

In Gleichung Gl.2.22 und 2.24 sind die Transponiert-Symbole fehlerhaft:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -\tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T & v_{2i} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T \\ \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T & \mathbf{0}^T & -u_{2i} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T \\ -v_{2i} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T & u_{2i} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{h}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \qquad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -\tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T & v_{2i} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T \\ \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T & \mathbf{0}^T & -u_{2i} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_{1i}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{h}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}\,. \qquad (2.24)$$

4./ Abschnitt 2.9, Seite 34, Tabelle 2.1:
Gleichung für die Verbindung von zwei Punkten fehlerhaft.

Tabelle 2.1. Dualität im $-^{2}$

Punkt	$\mathbf{p} = [x, y, w]^T$	Linie	$\mathbf{l} = [a, b, c]^T$
Incidence	$\mathbf{p}^T \mathbf{l} = 0$	Incidence	$\mathbf{l}^T \mathbf{p} = 0$
Kollinearität	$\det[\mathbf{p}_1\, \mathbf{p}_2\, \mathbf{p}_3] = 0$	Übereinstimmung	$\det[\mathbf{l}_1\, \mathbf{l}_2\, \mathbf{l}_3] = 0$
Verbindung von zwei Punkten	$\mathbf{l} = \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2$	Schnittpunkt von zwei Linien	$\mathbf{p} = \mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2$
Idealer Punkt	$\mathbf{p}_{ideal} = [x, y, 0]^T$	Ideale Linie	$\mathbf{l}_{ideal} = [0, 0, c]^T$

5./ Abschnitt 2.9, Seite 34, Tabelle 2.2:
Bezeichnung des 3-D-Punktes gemäß den Ausführungen in Abschnitt 2.6.1.

Tabelle 2.2. Dualität im $-^3$

Punkt	$\tilde{M} = [x, y, z, w]^T$	Ebene	$\pi = [a, b, c, d]^T$
Incidence	$\tilde{M}^T \pi = 0$	Incidence	$\pi^T \tilde{M} = 0$
Drei Punkte definieren eine Ebene	$\begin{bmatrix} \tilde{M}_1^T \\ \tilde{M}_2^T \\ \tilde{M}_3^T \end{bmatrix} \pi = \mathbf{0}$	Drei Ebenen definieren einen Punkt	$\begin{bmatrix} \pi_1^T \\ \pi_2^T \\ \pi_3^T \end{bmatrix} \tilde{M} = \mathbf{0}$
Koplanarität	$\det\left[\tilde{M}_1\, \tilde{M}_2\, \tilde{M}_3\, \tilde{M}_4\right] = 0$	Übereinstim-mung	$\det\left[\pi_1\, \pi_2\, \pi_3\, \pi_4\right] = 0$

Kapitel 3

1./ Abschnitt 3.2.4, Seite 46, Gl. 3.13:
Fehlender Skalierungsfaktor im zweiten Term.

$$s\tilde{\mathbf{m}} = s\underbrace{\mathbf{A}\tilde{\mathbf{m}}'}_{\text{intern}} = \mathbf{A}\cdot\underbrace{\mathbf{P}_{\mathrm{N}}\tilde{M}_c}_{\substack{\text{perspek-}\\ \text{tivisch}}} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{\mathrm{N}}\cdot\underbrace{\mathbf{D}\tilde{M}_w}_{\text{extern}} = \mathbf{A}\left[\mathbf{R}\ \mathbf{t}\right]\tilde{M}_w = \mathbf{P}\tilde{M}_w \tag{3.13}$$

Kapitel 5

1./ Abschnitt 5.2.1, Seite 80, Gl. 5.4:
Die Optimierung erfolgt über **F**.

$$\min_{\mathbf{F}} \sum_i \left\| \tilde{\mathbf{m}}_2^{i\,T} \mathbf{F} \tilde{\mathbf{m}}_1^i \right\|^2 \tag{5.4}$$

2./ Abschnitt 5.2.1, Seite 81, Gl. 5.5:
Das Summenzeichen ist überflüssig.

$$\min_{\mathbf{f}} \left\| \mathbf{U}_n \mathbf{f} \right\|^2 \tag{5.5}$$

3./ Abschnitt 5.2.3, Seite 84, Gl. 5.18:

Die Definition der Epipolarlinie ist fehlerhaft. Linien in der projektiven Ebene können als dritte Komponente den Wert 0 aufweisen. Eine Normierung wäre damit nicht möglich. Deshalb gilt folgende Definition:

$$d\left(\tilde{\mathbf{m}}_{i2}, \tilde{\mathbf{l}}_{i2}\right) = \frac{\tilde{\mathbf{m}}_{i2}^T \mathbf{l}_{i2}}{\sqrt{l_{i21}^2 + l_{i22}^2}} = \frac{1}{c_i} \tilde{\mathbf{m}}_{i2}^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{m}}_{i1} \quad \text{mit}$$
$$\tilde{\mathbf{l}}_2 = \mathbf{F} \tilde{\mathbf{m}}_{i1} = \left[l_{i21}, l_{i22}, l_{i23}\right]^T \quad \text{und} \quad c_i = \sqrt{l_{i21}^2 + l_{i22}^2} \tag{5.1}$$

Kapitel 6

1./ Abschnitt 6.1, Seite 94:
Ein Index der intrinsischen Matrix ist falsch.

Gleichung (6.3)

$$\mathrm{Z}_2\tilde{\mathbf{m}}_2 = \mathbf{A}_2 M_2 = \mathbf{A}_2[\mathbf{R}\ \mathbf{t}]\cdot\begin{bmatrix} M_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{mit } M_2 = \mathbf{R}M_1 + \mathbf{t} \tag{6.3}$$

2./ Abschnitt 6.3, Seite 97:
Fehlerhafte Indizes:

Gleichung (6.11)

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_\infty + \tilde{\mathbf{e}}_2 \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{A}_1^{-1}}{d} = \mathbf{A}_1 \mathbf{R} \mathbf{A}_2^{-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{t} \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{A}_1^{-1}}{d} \tag{6.11}$$

3./ Abschnitt 6.3, Seite 97:
Fehlerhafte Indizes:

Gleichung (6.12)

$$\mathbf{H}^{-1} = \mathbf{H}_\infty^{-1} + \tilde{\mathbf{e}}_1 \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{A}_2^{-1}}{d} \tag{6.12}$$

4./ Abschnitt 6.4.3, Seite 102:
Ergänzung zur Berechnung der Fundamental-Matrix aus der Homographie und dem Epipol im Anschluss an Gleichung Gl. 6.30:

„Wie in Kapitel 5, Abschnitt 5.2.2, gezeigt wurde, sind zur Berechnung der Fundamental-Matrix aus Punkkorrespondenzen über die Epipolargleichung mindestens sieben Punkkorrespondenzen notwendig. In dem hier dargestellten Verfahren sind jedoch nur sechs Punkkorrespondenzen erforderlich, vier Korrespondenzen zur Bestimmung der Homographie und zwei Korrespondenzen zur Berechnung des Epipols in Ansicht 2 unter Anwendung der virtuellen Parallaxe. Woran liegt es nun, dass nur sechs Punktkorrespondenzen zur Bestimmung der Fundamental-Matrix genügen? Während im ersten Verfahren mittels Epipolargleichung die korrespondierenden Punkte in allgemeiner Lage liegen können, werden im zweiten Verfahren vier Punktkorrespondenzen so gewählt, dass sich deren 3-D-

Punkte auf einer Ebene im Raum befinden. Aufgrund dieser zusätzlichen geometrischen Eigenschaft dieser vier Punktkorrespondenzen folgt schließlich, dass die Gesamtanzahl der notwendigen Punktkorrespondenzen sich auf sechs Korrespondenzen reduziert."

Kapitel 7

1./ Abschnitt 7.3.1, Seite 111, Gleichung (7.16):
falscher Index für Vektor **a**.

$$\mathbf{a}_3^T(\mathbf{f}_1 \times \mathbf{f}_2) = 0 \tag{7.16}$$

2./ Abschnitt 7.3.1, Seite 112, Gleichung (7.23):
Fehler in 3.Gleichung des ersten Gleichungssystems, richtig ist:

$$\mathbf{a}_3^T(\mathbf{f}_1 \times \mathbf{f}_2) = 0$$

$$\begin{array}{cccc}
\mathbf{a}_3^T C_1 + a_{34} = 0 & \mathbf{a}_2^T C_1 + a_{24} = 0 & \mathbf{a}_1^T C_1 + a_{14} = 0 & \mathbf{b}_1^T C_2 = -b_{14} \\
\mathbf{a}_3^T C_2 + a_{34} = 0 & \mathbf{a}_2^T C_2 + a_{24} = 0 & \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2 = 0 & \mathbf{b}_1^T \mathbf{a}_2 = 0 \\
\mathbf{a}_3^T(\mathbf{f}_1 \times \mathbf{f}_2) = 0 & \mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_3 = 0 & \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_3 = 0 & \mathbf{b}_1^T \mathbf{a}_3 = 0 \\
\|\mathbf{a}_3\| = 1 & \|\mathbf{a}_2\| = a_v & \|\mathbf{a}_1\| = a_u & \|\mathbf{b}_1\| = a_u
\end{array} \tag{7.23}$$

Kapitel 8

1./ Abschnitt 8.1.2, Seite 128, 1.Absatz, letzter Satz:
Fehlerhafter Verweis.

„In dem Stereobildpaar in Abb. 8.2 sind Beispiele für die verschiedenen Problemfälle anschaulich dargestellt."

2./ Abschnitt 8.4.3.1, Seite 166, 1.Absatz, Mitte:
Rechts muss mit links vertauscht werden.

„Für das Segment in der linken Ansicht wird für dessen Mittelpunkt auf der entsprechenden Epipolarlinie in der rechten Ansicht im zulässigen Disparitätsbereich Δ_δ nach Segmenten gesucht, welche die Epipolarlinie schneiden."

Kapitel 9

1./ Abschnitt 9.2 , ab Seite 177:

Die Bezeichnung der Zeilenvektoren der Projektionsmatrix ist falsch und nicht konsistent zwischen homogenem und inhomogenem Verfahren. Durch die zusätzliche Gleichung ändert sich die Gleichungsnummerierung!!! Im Folgenden der modifizierte Abschnitt 9.2.1 und 9.2.2 beginnend ab S.177:

„Der 3-D-Punkt im Weltkoordinatensystem M wird über die perspektivische Projektionsmatrix in den Bildpunkt **m** transformiert. Dabei stellt die Matrix **A** die intrinsische Matrix dar, welche die internen Kameraparameter enthält. Die euklidische Transformation $\mathbf{D}_i$ jeder Kamera wird auf ein gemeinsames Weltkoordinatensystem bezogen. In den folgenden Gleichungen bezeichnet $\mathbf{p}_j^{i\,T}$ den Zeilevektor j der Projektionsmatrix der Kamera i. Die Projektionsmatrix ist wie folgt, definiert:

$$\mathbf{P}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1^{i\,T} \\ \mathbf{p}_2^{i\,T} \\ \mathbf{p}_3^{i\,T} \end{pmatrix} \tag{9.2}$$

Nun kann durch Anwendung des Vektorproduktes der homogene Skalierungsfaktor eliminiert werden. Man erhält damit

$$\tilde{\mathbf{m}}_i \times \mathbf{P}_i \tilde{M} = \mathbf{0} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{c} v_i\left(\mathbf{p}_3^{i\,T}\tilde{M}\right) - \left(\mathbf{p}_2^{i\,T}\tilde{M}\right) = 0 \\ u_i\left(\mathbf{p}_3^{i\,T}\tilde{M}\right) - \left(\mathbf{p}_1^{i\,T}\tilde{M}\right) = 0 \\ u_i\left(\mathbf{p}_2^{i\,T}\tilde{M}\right) - v_i\left(\mathbf{p}_1^{i\,T}\tilde{M}\right) = 0 \end{array} \tag{9.3}$$

9.2.1 Homogenes Verfahren

Aus den ersten beiden linear unabhängigen Gleichungen für die beiden Komponenten u und v kann dann entsprechend für zwei Punktkorrespondenzen eine Gleichung folgender Form $\mathbf{B}\tilde{M} = \mathbf{0}$ aufgestellt werden. Die Matrix **B** lautet:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} u_1 \mathbf{p}_3^{1^T} - \mathbf{p}_1^{1^T} \\ v_1 \mathbf{p}_3^{1^T} - \mathbf{p}_2^{1^T} \\ u_2 \mathbf{p}_3^{2^T} - \mathbf{p}_1^{2^T} \\ v_2 \mathbf{p}_3^{2^T} - \mathbf{p}_2^{2^T} \end{bmatrix} \tag{9.4}$$

Diese Gleichung kann nun mittels der Direkten Linearen Transformation (DLT) durch Lösung des Eigenwertproblems gelöst werden, wobei die Nebenbedingung $\left\|\tilde{M}\right\| = 1$ verwendet wird. Die Lösung von $\mathbf{B}\tilde{M} = \mathbf{0}$ bezeichnet man als homogenes Verfahren.

9.2.2 Inhomogenes Verfahren

Für das inhomogene Verfahren wird die folgende Schreibweise der Projektionsmatrix verwendet.

$$\mathbf{P} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{q}_1^T & q_{14} \\ \mathbf{q}_2^T & q_{24} \\ \mathbf{q}_3^T & q_{34} \end{array} \right) = \left(\mathbf{Q} \middle| \overline{\mathbf{q}} \right) \tag{9.5}$$

Setzt man nun die vierte Komponente von $\tilde{M}$ zu Eins, so führt das zu einem Satz von vier inhomogenen Gleichungen mit drei Unbekannten X_w, Y_w, Z_w. Man erhält dann für die korrespondierenden Punkte $\mathbf{m}_i$ folgende vier Gleichungen:

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{q}_1^1 - u_1 \cdot \mathbf{q}_3^1\right)^T \cdot M + q_{14}^1 - u_1 \cdot q_{34}^1 = 0 \\ \left(\mathbf{q}_2^1 - v_1 \cdot \mathbf{q}_3^1\right)^T \cdot M + q_{24}^1 - v_1 \cdot q_{34}^1 = 0 \\ \left(\mathbf{q}_1^2 - u_2 \cdot \mathbf{q}_3^2\right)^T \cdot M + q_{14}^2 - u_2 \cdot q_{34}^2 = 0 \\ \left(\mathbf{q}_2^2 - v_2 \cdot \mathbf{q}_3^2\right)^T \cdot M + q_{24}^2 - v_2 \cdot q_{34}^2 = 0 \end{aligned} \tag{9.6}$$

Unter Verwendung von

$$\mathbf{B}_i = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{q}_1^i - u_i \cdot \mathbf{q}_3^i\right)^T \\ \left(\mathbf{q}_2^i - v_i \cdot \mathbf{q}_3^i\right)^T \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathrm{c}_i = \begin{pmatrix} u_i \cdot q_{34}^i - q_{14}^i \\ v_i \cdot q_{34}^i - q_{24}^i \end{pmatrix} \quad \text{für } i = 1{,}2 \tag{9.7}$$

erhält man dann für beide Kameras:

$$\mathbf{B} \cdot M = \mathbf{c}, \quad \text{mit} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}, \quad M = \left(\mathrm{X}_\mathrm{w}, \mathrm{Y}_\mathrm{w}, \mathrm{Z}_\mathrm{w}\right)^\mathrm{T} \; \text{und} \; \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \end{pmatrix} \tag{9.8}$$

Die Lösung für das Problem der Minimierung nach dem kleinsten quadratischen Fehler (engl. *least square*) ist schließlich durch

$$M = \left(\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B}\right)^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{c} \tag{9.9}$$

definiert. Dabei wird vorausgesetzt, dass $\mathbf{B}^T\mathbf{B}$ invertierbar ist (siehe auch Anhang D.2.2).“

Kapitel 10

1./ Abschnitt 10.1, Seite 185:

Gleichung (10.1): Index von $\mathbf{m_1}$ in der Epipolargleichung linke Seite fehlerhaft:

$$\tilde{\mathbf{m}}_2{}^T \mathbf{A}_2^{-T}\mathbf{E}\mathbf{A}_1^{-1}\tilde{\mathbf{m}}_1 = \tilde{\mathbf{m}}_2{}^T \mathbf{F}\tilde{\mathbf{m}}_1 = 0 \qquad \text{mit} \quad \mathbf{F} = \mathbf{A}_2^{-T}\mathbf{E}\mathbf{A}_1^{-1} \tag{10.1}$$

2./ Abschnitt 10.1, Seite 186:

Die Indizierung der F-Matrix zwischen Ansicht 1 und 2 ist nicht konsistent in der Abbildung 10.1.

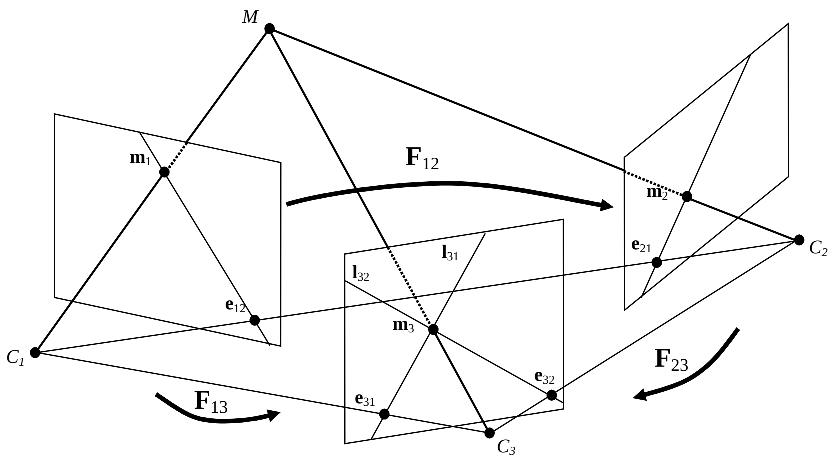

Abb. 10.1. Die erweiterte Epipolargeometrie für drei Ansichten

3./ Abschnitt 10.4, Seite 190:

Gleichung (10.15): Index bei **m** fehlte:

$$\lambda_\pi = \frac{d_\pi - \mathbf{n}^T\left(\mathrm{Z}_1\mathbf{A}_1^{-1}\tilde{\mathbf{m}}_1\right)}{\mathrm{Z}_1\, d_\pi} = \lambda \frac{d}{d_\pi} \qquad \text{mit} \quad \lambda = \frac{1}{\mathrm{Z}} \tag{10.15}$$

4./ Abschnitt 10.5, Seite 195:

Gleichung (10.33): Summenzeichen links des Gleichheitszeichens:

$$\sum_{i=1}^{3} \tau_i^{jk} m_1^i = \tau_1^{jk} m_1^1 + \tau_2^{jk} m_1^2 + \tau_3^{jk} m_1^3, \quad \text{für } j,k \in (1,2,3) \tag{10.33}$$

5./ Abschnitt 10.5, Seite 197:

Gleichung (10.37): Index bei *l* fehlerhaft:

$$m_3^k = m_1^i \; l_2^j \; \tau_i^{jk} \tag{10.37}$$

Kapitel 11

1./ Abschnitt 11.2.4, Seite 219:

Erweiterung Gleichung (11.18) und folgenden Text:

$$\mathbf{C} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{B} \quad \text{und in Tensor - Notation:} \quad c_i^k = d_l^k b_i^l \tag{11.18}$$

Die translatorische Bewegung ergibt sich aus der Differenz der Translation zwischen Ansicht 4 und Ansicht 3, wobei die Drehung zwischen der dritten und vierten Ansicht berücksichtigt werden muss.

$$\mathbf{t} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{c} \quad \text{und in Tensor - Notation:} \quad t^k = b_4^l d_l^k - c_4^k \tag{11.19}$$

Damit ergibt sich

$$c_4^k = b_4^l d_l^k - t^k$$

Setzt man nun c_i^k und c_4^k in Gl.(11.17) ein, dann ergibt sich der neue Tensor für die Ansichten <1,2,4> zu

$$\begin{aligned} \gamma_i^{jk} &= a_i^j \left(b_4^l d_l^k - t^k\right) - a_4^j \left(d_l^k b_i^l\right) = \\ &= a_i^j b_4^l d_l^k - a_i^j t^k - a_4^j \left(d_l^k b_i^l\right) = \\ &= d_l^k \left(a_i^j b_4^l - a_4^j b_i^l\right) - a_i^j t^k = \\ &= d_l^k \tau_i^{jl} - a_i^j t^k \end{aligned} \tag{11.20}$$

Dieser neue Tensor setzt sich zusammen aus dem ursprünglichen Tensor τ_i^{jl} der Ansichten <1,2,3>, der Drehung d_l^k zwischen Ansicht 3 und 4, der Drehung a_i^j zwischen Ansicht 1 und 2 und der Verschiebung t^k zwischen Ansicht 3 und 4.

Die Drehung und Verschiebung in die neue virtuelle Ansicht 4 werden vom Nutzer vorgegeben. Die Drehung zwischen Ansicht 1 und 2 kann aus dem trivalenten Tensor gemäß Kapitel 10 *„Die Geometrie zwischen drei Ansichten“* berechnet werden. Ergänzend zu dieser Definition kann der trivalente Tensor auch aus der kanonischen Form der Projektionsmatrizen bestimmt werden.

Wird die dritte Ansicht identisch zur zweiten Ansicht gewählt, dann erhält man folgende Definition der Projektionsmatrizen

$$\mathbf{P}_1 = [\mathbf{I} \mid \mathbf{0}], \quad \mathbf{P}_2 = [\mathbf{A} \mid \mathbf{a}] = \left[a_j^i\right], \quad \mathbf{P}_3 = [\mathbf{A} \mid \mathbf{a}] = \left[a_j^i\right] \tag{11.21}$$

Der trivalente Tensor ergibt sich damit zu

$$\tau_i^{jk} = a_i^j a_4^k - a_4^j a_i^k \tag{11.22}$$

Die Drehung zwischen der ersten und zweiten Ansicht berechnet sich dann aus den Komponenten des trivalenten Tensors wie folgt:

$$\begin{aligned}
\Omega_X &= \det\begin{pmatrix} \Im_2^{j3} \\ \Im_2^{j3} + \Im_3^{j2} \\ \Im_3^{j3} - \Im_2^{j2} \end{pmatrix} \Bigg/ K \\
\Omega_Y &= \det\begin{pmatrix} -\Im_1^{j3} \\ \Im_2^{j3} + \Im_3^{j2} \\ \Im_3^{j3} - \Im_2^{j2} \end{pmatrix} \Bigg/ K \\
\Omega_Z &= \det\begin{pmatrix} \Im_1^{j2} \\ \Im_2^{j3} + \Im_3^{j2} \\ \Im_3^{j3} - \Im_2^{j2} \end{pmatrix} \Bigg/ K \\
K &= \det\begin{pmatrix} \Im_2^{j2} \\ \Im_2^{j3} + \Im_3^{j2} \\ \Im_3^{j3} - \Im_2^{j2} \end{pmatrix} \\
&\text{mit } \Im_2^{j2} = \left(\tau_2^{12}, \tau_2^{22}, \tau_2^{32}\right)
\end{aligned} \tag{11.23}$$

Der Vektor $\Omega = \left(\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z\right)^T$ stellt die Rotationsachse dar und die Länge des Vektors liefert die Größe der Drehung um diese Achse. Damit kann die Matrix **D** aus Gl. (11.18) berechnet werden.

Anmerkung: Durch die zusätzlichen Gleichungen gibt es eine Überlappung der Gleichungsnummern auf der folgenden Seite S.220!